

Математическая модель слежения комплексом с беспилотным летательным аппаратом за объектом

А.И. Тищенко, email: aleksei.tishenko@yandex.ru

С.В. Беспалов, email: antonn58@ya.ru

ВУНЦ ВВС «ВВА» (г. Воронеж)

***Аннотация.** В данной работе рассматривается математическая модель слежения комплексом с беспилотным летательным аппаратом за объектом, на основе математического метода исследования операций.*

***Ключевые слова:** математическая модель, вероятность осуществления поиска, вероятность поддержания контакта, беспилотный летательный аппарат.*

Введение

Основной задачей, стоящей перед охранными ведомственными подразделениями, является предотвращение террористических актов со стороны незаконных групп формирований. Эффективность воздействия на эти группы находится в тесной зависимости от их своевременного обнаружения. В этом направлении успешно используются в охранных подразделениях комплексы с беспилотными летательными аппаратами (КБпЛА). Объективное обоснование решений на выполнение поставленных задач силами охранного подразделения в условиях случайного поиска и слежения незаконных формирований (в дальнейшем объектом) без математического моделирования этих процессов становится проблемным. Целью статьи является разработка математической модели процесса поиска и слежения расчетом КБпЛА незаконных формирований.

1. Постановка задачи

Расчет КБпЛА должен осуществить поиск объекта в указанном районе площадью s и установить наблюдение для обеспечения наведения на него мобильной группы охранного подразделения. Объект маневрирует в районе, и в момент времени t_1 находится в зоне обнаружения.

Мобильная группа охранного подразделения к моменту времени t_2 должна быть приведена в готовность для наведения ее на объект по данным расчета БпЛА. Основная задача охранного подразделения –

срыв или максимальное предотвращение террористического акта по обороняемому объекту со стороны незаконного формирования. Для выполнения поставленной задачи расчет БпЛА должен к моменту времени t_2 иметь контакт и следить за объектом. Возможны несколько вариантов поддержания контакта с объектом. Рассмотрим случай когда интенсивности потерь и восстановления контакта с объектом, а также надежностью и временем наведения на него мобильной группы одинаковыми. Расчет БпЛА выполняет задачу в течение времени T , управляемым максимальным временем нахождения БпЛА в полете. Началом отсчета времени является начало поиска. В качестве показателей эффективности действий расчета БпЛА используем вероятности того, что в заданный промежуток времени будет осуществляться поиск, поддержания с ним контакта соответственно. Показатели эффективности необходимо вычислить в интервале времени $[0, T]$. Управляющими параметрами являются вероятность обнаружения объекта расчета БпЛА с помощью оптико-электронных средств, установленных на летательном аппарате, интенсивности поиска и потерь при различных условиях контакта.

2. Математическая модель

Процесс слежения расчетом БпЛА за объектом представим, как процесс изменения состояния системы, включающий в себя два состояния: A1 – поиск объекта расчетом БпЛА; A2 – потеря расчетом БпЛА контакта с объектом. Возможные переходы системы из состояния в состояние, интенсивности переходов, представленные на рис. 1

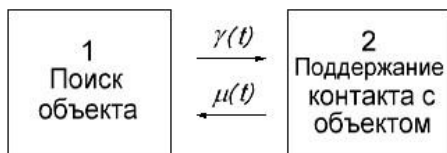


Рис. 1. Граф процесса слежения

Разработаем с помощью графа слежения систему дифференциальных уравнений (1), при условии $\sum_{i=1}^2 P_i(t) = 1$,

$$\begin{cases} \frac{dP_1(t)}{dt} = -P_1(t)\gamma(t) + P_2(t)\mu(t); \\ \frac{dP_2(t)}{dt} = P_1(t)\gamma(t) - P_2(t)\mu(t), \end{cases} \quad (1)$$

где $P_1(t)$ – вероятность осуществления поиска объекта расчетом БПЛА, $P_2(t)$ – вероятность поддержания контакта с объектом, $\gamma(t)$ – интенсивность поиска расчетом БПЛА объекта, $\mu(t)$ – интенсивность потери расчетом БПЛА контакта с объектом.

Процедура интегрирования системы дифференциальных уравнений осуществляется на основании поставленной задачи. Элементами этой процедуры являются начальные условия для интегрирования: $P_1(t) = 1$, $P_2(t) = 0$, промежуток интегрирования $[0, T]$, значения интенсивностей $\gamma(t)$, $\mu(t)$ равны средним значениям, то есть $\gamma(t) = \gamma$, $\mu(t) = \mu$. В результате решения системы дифференциальных уравнений получим:

$$\begin{cases} P_1(t) = \frac{\mu}{(\mu + 1)} + \frac{\gamma}{(\mu + 1)} e^{-(\gamma + \mu)t}, \\ P_2(t) = \frac{\gamma}{(\mu + 1)} - \frac{\gamma}{(\mu + 1)} e^{-(\gamma + \mu)t}. \end{cases} \quad (2)$$

Показатели эффективности равны $\mathcal{E}_1 = P_1(t)$, $\mathcal{E}_2 = P_2(t)$.

Интенсивности γ и μ рассчитываются с использованием выражений (3), (4)

$$\gamma(t) = \frac{2l_1 \bar{V}_o P_o}{S}, \quad (3)$$

$$\mu(t) = \frac{\bar{V}_o}{l_3}, \quad (4)$$

где l_1 – размер поля зрения оптико-электронных средств перпендикулярного направлению полета БПЛА, \bar{V}_o – математическое ожидание относительной скорости БПЛА по отношению к объекту, определяемое выражением вида (5) [1]

$$\bar{V}_o \approx \frac{V_o^2 - V_o^2}{V_o - V_o} + 3\sqrt{V_o V_o}, \quad (5)$$

где V_{σ} – крейсерская скорость движения БПЛА, V_0 – скорость движения объекта, P_0 – вероятность того, что с попавшим в зону обнаружения оптико-электронных средств БПЛА будет установлен контакт

$$P_0 = 1 - \exp \left\{ -0,015 \left(\frac{l_2 f}{R h_{пол}} - 1 \right) \left[\frac{l_2}{2 h_{гор} \cos(\alpha) \sin\left(\frac{\alpha_e}{2}\right)} \frac{\left[\frac{l_3}{V_{\sigma}}\right] \tau}{\sin\left(\alpha - \frac{\alpha_e}{2}\right) \sin\left(\alpha + \frac{\alpha_e}{2}\right)} \right] \right\}, \quad (6)$$

l_2 – линейные размеры объекта поиска по направлению полета БПЛА, f – фокусное расстояние объектива оптико-электронного средства, установленного на БПЛА, R – линейное разрешение оптико-электронного средства на местности, $h_{пол}$ – высота полета БПЛА, α – угол визирования оптико-электронного средства, α_e – вертикальный угол поля зрения объектива оптико-электронного средства; l_3 – размер проекции поля зрения оптико-электронных средств по направлению полета, τ – скорость съемки (частота кадров).

3. Численное исследование математической модели

Проведем численное исследование математической модели применительно к БПЛА Phantom 3 Professional [3], так как данный летательный аппарат наиболее часто используется в в штате подразделений ведомственной охраны. БПЛА состоит из непосредственно летательного аппарата, видеокамеры и пульта дистанционного управления. Основные технические характеристики БПЛА [4]: γ

беспилотный летательный аппарат: максимальная скорость полета 16 метров в секунду (\square 60 километров в час); максимальное время

полета \square 23 минуты; максимальная высота полета 6000 метров; дальность передачи видеосигнала до 2000 метров; подвес обеспечивает охват с углом наклона от -90 до 30 \square ;

видеокамеры: оптика EXMOR 1/2,3"; эффективные пиксели 12,4 млн. (всего пикселей 12,76 млн.); объектив с углом обзора 94 \square ; фокусное расстояние 20 миллиметров; эквивалентный формат 35 миллиметров $f / 2,8$; максимальный размер изображения 4000×3000 ; режим видеосъемки FHD: 1920×1020 р 24/25/30/48/50/60 fps.

В качестве объекта поиска выберем человека, площадь поперечного сечения которого описывается овалом длина и ширина которого составляют соответственно 0,75 и 0,5 метров. Район поиска представим в виде квадрата со сторонами 2000 метров, исходя из дальности передачи видеосигнала. Диапазон скоростей полета БПЛА 40, 60 километров в час. Высоты полета БПЛА 200, 500 метров, угол визирования 20 \square . Особенности поиска – при контакте расчета БПЛА с объектом, скорость перемещения летательного аппарата поддерживается такой, чтобы она обеспечивала постоянный контакт с объектом, в этом случае $\mu = 0$. Результаты численного эксперимента представлены на рис. 2. Характеристика 1 соответствует параметрам:

характеристика 1 – $P_1(t)$, $h_{пол} = 200$ м, $V_{\sigma} = 40$ км / ч, $\gamma = 5 \times 10^{-4}$; соответственно

характеристика 2 – $P_2(t)$, $h_{пол} = 200$ м, $V_{\sigma} = 40$ км / ч, $\gamma = 5 \times 10^{-4}$;

характеристика 3 – $P_1(t)$, $h_{пол} = 200$ м, $V_{\sigma} = 60$ км / ч, $\gamma = 9 \times 10^{-4}$;

характеристика 4 – $P_2(t)$, $h_{пол} = 200$ м, $V_{\sigma} = 60$ км / ч, $\gamma = 9 \times 10^{-4}$;

характеристика 5 – $P_1(t)$, $h_{пол} = 500$ м, $V_{\sigma} = 60$ км / ч, $\gamma = 2.5 \times 10^{-3}$;

характеристика 6 – $P_2(t)$, $h_{пол} = 500$ м, $V_{\sigma} = 60$ км / ч, $\gamma = 2.5 \times 10^{-3}$.

Анализ полученных результатов показывает, что вероятность поддержания контакта расчетом БПЛА с объектом зависит от интенсивности поиска, высоты полета и скорости БПЛА. В диапазоне исследуемых высот и скоростей полета БПЛА вероятность $P_0 = 1.0$. В этом случае рост эффективности пропорционален росту увеличению интенсивности поиска, высоты полета и скорости БПЛА. Натурные исследования показали результаты близкие к расчетным, что указывает на адекватность математической модели.

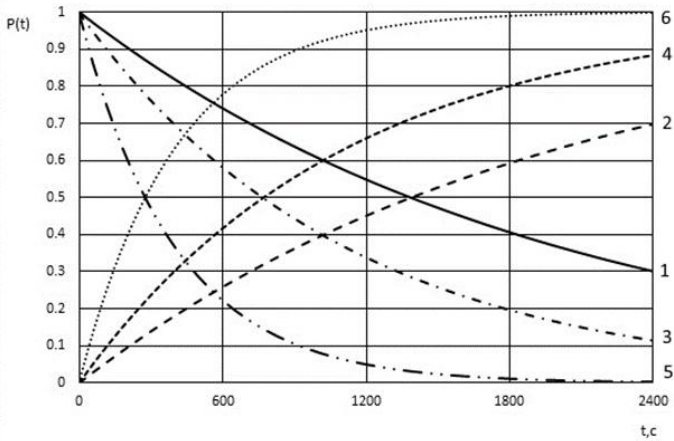


Рис. 2. Зависимости эффективности слежения расчета БПЛА за объектом в зависимости от скорости, высоты полета и интенсивности интенсивность поиска

Заключение

Таким образом, получена математическая модель слежения расчета комплекса с беспилотным летательным аппаратом за объектом с использование оптико-электронных средств наблюдения. Модель может быть реализована с использованием программ высокого уровня. Результаты моделирования целесообразно использовать при планировании работ охранных ведомственных подразделений.

Список литературы

1. Тищенко, А. И. Математическая модель вероятности обнаружения точечной цели оператором полезной нагрузки оптико-электронной БПЛА / А. И. Тищенко, С. П. Артыщенко // Журнал Сибирского федерального университета. Сер. Техника и технологии. – 2020. – №13(3). – С.328-333.
2. Волгин, Н. С. Исследование операций : учебник. Ч.2, / Н. С. Волгин; С. П. : ВМА,1999. – 334 с.
3. Поисково-спасательные работы при помощи беспилотных летательных аппаратов [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://fireman.club/statyi-polzovateley/poiskovo-spasatelnyih-raboty-i-pri-pomoshhi-bespilotnyih-letatelnyih-apparatov>
4. Обзор квадрокоптера DJI Phantom 3 Professional. [Электронный ресурс] – Режим доступа : <https://mirquadroptero.ru/populyarnye-modeli/universalnye-drony/obzor-dji-phantom-3-professional.html>